

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales República Argentina	Programa de: <h2 style="text-align: center;">Mecánica Analítica</h2>
Carrera: <i>Ingeniería Civil</i> Escuela: <i>Ingeniería Civil</i> Departamento: <i>Física</i>	Código: 5008 Plan: 2005 Carga Horaria: 72 horas Cuatrimestre: Sexto Carácter: <i>Obligatoria</i> Bloque: <i>Ciencias Básicas</i>
Objetivos: <i>Al terminar el curso, se pretende que el alumno sea capaz de:</i> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Predecir, mediante el empleo de métodos propios de la disciplina, el comportamiento de un sistema mecánico sometido a sollicitaciones y enlaces prefijados.</i> ▪ <i>Tomar conciencia, a través de sus métodos, recursos y lenguaje, de la importancia de la Mecánica como ciencia fundamental de la Ingeniería.</i> ▪ <i>Justipreciar, mediante una permanente tarea de confrontación, la validez de la correspondencia entre los objetos y hechos reales, y los sistemas de entes ideales, propios de la Mecánica.</i> ▪ <i>Desarrollar esquemas conceptuales básicos, que le permitan afrontar cursos superiores, de grado o de post-grado en el campo disciplinar de la Mecánica del continuo o la Mecánica Estructural.</i> 	
Programa Sintético: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Teoremas de la dinámica.</i> 2. <i>Oscilador lineal unidimensional.</i> 3. <i>Ecuaciones de Lagrange.</i> 4. <i>Ondas elásticas progresivas.</i> 5. <i>Vibraciones en cuerda, membrana, barra horizontal y viga.</i> 6. <i>Ecuaciones de Poisson, Laplace, Fourier, en el modelado de problemas de Ingeniería.</i> 	
Programa Analítico: <i>de foja 4 a foja 7</i>	
Programa Combinado de Examen (no corresponde).	
Bibliografía: <i>de foja 8</i>	
Correlativas obligatorias: <i>Física I</i> <i>Análisis Matemático II</i> Correlativas aconsejadas: <i>Estática</i> <i>Mecánica de las Estructuras I</i>	
Rige: 2005	
Aprobado por Resolución: 415 – HDC-2009 Fecha: 24 de julio de 2009	Remplaza al aprobado por Resolución: 808-HCD-2007 Fecha: 16 de noviembre de 2007
<i>El Secretario Académico de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la U.N.C., certifica que el programa está aprobado por las resoluciones y fecha que anteceden.</i> Córdoba, / /	
Carece de validez sin la certificación de la Secretaría Académica.	

LINEAMIENTOS GENERALES

La validez de los conocimientos en el campo de las tecnologías concernientes al Ingeniero presenta, cada vez más, un carácter efímero, casi podría decirse instantáneo; los saberes estrictamente técnicos deben nutrirse y desarrollarse de disciplinas de base científica con alto valor formativo que, como la Mecánica Analítica, contribuyen a las competencias del Ingeniero, en cuanto al conjunto de capacidades que lo habilitan para interpretar e interactuar en forma dinámica con una problemática cambiante. Sus redes y esquemas conceptuales potencian ostensiblemente el pensamiento analítico, lógico y relacional, imprescindible para el estudiante de Ingeniería, en suma, su aptitud para modelar la realidad en términos físico-matemáticos y permite transferir esa aptitud al planteo y eficaz resolución de alternativas posibles.

La Mecánica Analítica, sintetiza, desde lo físico-matemático, una de las vertientes fundamentales que confluyen al método de la Ingeniería.

De acuerdo con estas premisas, los temas seleccionados, dentro del tramo correspondiente a la Mecánica “Clásica” incluyen, fuerzas de inercia, las ecuaciones cardinales de la dinámica, los modelos de oscilador lineal unidimensional y las ecuaciones de Lagrange, limitándose, por razones de brevedad del curso, a casos de movimiento plano.

En el tramo correspondiente a “Ecuaciones Diferenciales de la Física para Ingeniería”, se han seleccionado, por su interés como modelo matemático para Ingeniería Civil, las siguientes: la ecuación de la onda o de D'Alembert y en particular, las ondas mecánicas progresivas de compresión y de corte en medios elásticos sólidos, de presión en un fluido y las ondas estacionarias transversales en una cuerda y longitudinales, en una barra horizontal. Asimismo, se incluyen las ecuaciones diferenciales de las vibraciones de flexión en una viga y de corte en una cuña. En relación con la Mecánica de Fluidos y la Hidrología se consideran las ecuaciones de Poisson y de Laplace, en la función de corriente o de Stokes y en la función potencial de velocidades, en el movimiento plano de un fluido. Se incluye también la misma ecuación de Poisson pero aplicada problema de la torsión de una barra prismática y a partir de ella, la analogía entre la distribución de tensiones de corte en la barra torsionada y la deformación estática de una membrana tensa. Se incluyen, por último, fenómenos que se describen con ecuaciones formalmente análogas, como lo son la conducción del calor (ecuación de Fourier de la Termodinámica) y la difusión de masa, (2° ley de Fick, de la Mecánica de los Fluidos).

Dada la amplitud de los asuntos abordados, algunos de ellos se han incluido como temas de ampliación, complementarios u opcionales y no forman parte del programa básico ni de las evaluaciones, lo que se indica explícitamente, en cada caso, en el programa.

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

En la primera parte de la clase, se dan los desarrollos teóricos de los temas, y en la segunda parte se trabaja sobre la resolución de problemas. Los alumnos disponen del material de estudio para las clases teóricas y prácticas.

Hay un horario semanal de consultas, fuera del horario de clases.

EVALUACIÓN

Los alumnos rinden, durante el cuatrimestre, 2 evaluaciones escritas individuales de teórico y 2 evaluaciones escritas individuales de práctico. Se puede recuperar una evaluación de teórico y una evaluación de práctico. Quienes aprobaron los parciales teóricos, rinden un coloquio integrador, sobre algunos temas seleccionados, que le son indicados al alumno con anticipación, y cuya cantidad, no supera el 30% de los temas dados.

Se establecen condiciones de promoción, regularidad, para reparcializar y libres, las cuales se resumen a continuación.

Promoción: a) Asistencia al 80% de las clases teóricas y al 80% de las clases prácticas. b) Tener aprobados los 2 parciales teóricos y el coloquio integrador. c) Tener aprobados los 2 parciales prácticos.

Regularidad: tener la asistencia cumplida, más un mínimo de 2 parciales

Para Reparcializar: el alumno debe tener cumplida la asistencia al 80% de las clases teóricas y al 80% de las clases prácticas, en el primer cuatrimestre del año en que reparcializa. Quienes tienen aprobados los 2 parciales de teórico

y el coloquio integrador, reparcializan sólo el práctico. Quienes tienen aprobados los 2 parciales de práctico, reparcializan sólo el teórico.

Para la reparcialización, los alumnos disponen de un horario semanal, para efectuar consultas, o rendir las pruebas. El reparcializado se dicta en el segundo cuatrimestre del año.

PROGRAMA ANALÍTICO

CONTENIDOS TEMÁTICOS

Unidad 1. Teoremas de la dinámica

Definiciones básicas de cinemática. Trayectoria, velocidad, aceleración. Componentes cartesianas, intrínsecas, polares planas y cilíndricas de la velocidad y la aceleración. Movimientos de traslación, de rotación, polar y rototraslatorio instantáneo, definiciones. Movimiento plano. Ecuación diferencial de Newton. Leyes de Newton, fuerzas de inercia. Ecuación diferencial de Newton en el movimiento de la partícula libre, y vinculada. Principio de D'Alembert para una partícula y para un sistema de partículas. Teorema de la cantidad de movimiento. Centro de masas de un sistema. Teorema de la cantidad de movimiento para una partícula y para un sistema de partículas. Primer grupo de ecuaciones cardinales de la dinámica. Teorema del momento cinético. Momento cinético y teorema del momento cinético para una partícula y para un sistema de partículas. Segundo grupo de ecuaciones cardinales de la dinámica. Momento cinético y teorema del momento cinético en el movimiento plano. Energía cinética. Energía cinética de un sistema de partículas, teorema de König, energía cinética de una placa con movimiento plano, referida al centro de masas. Campo de fuerzas, potencial, gradiente, rotor. Conservación de la energía mecánica. Teoremas del trabajo y la energía y de conservación de la energía mecánica para una partícula y para un sistema de partículas Potencial. Gradiente. Rotor, teorema de Stokes. Las 7 ecuaciones cardinales de la dinámica.

Unidad 2. Oscilador lineal unidimensional

Oscilador lineal libre con amortiguamiento viscoso. Oscilador lineal libre con amortiguamiento viscoso, ecuación diferencial, función solución para amortiguamiento hipercrítico y crítico y subcrítico. Amortiguación por histéresis, lazo de histéresis. Oscilador forzado con amortiguamiento viscoso y fuerza perturbadora armónica simple. Ecuación diferencial, solución particular, para amortiguamiento inferior al crítico. Caso sin amortiguamiento, ecuación diferencial, análisis e interpretación de la función solución. Definición de resonancia, resonancia de amplitud y de velocidad. Cálculo de la frecuencia de resonancia, curvas de respuesta. Determinación de la frecuencia de resonancia. Curvas del factor de amplificación, en función de la frecuencia perturbadora, interpretación.

Unidad 3. Ecuaciones de Lagrange

Sistemas esclerónomos y reónomos, desplazamiento virtual, coordenadas generalizadas. Parámetros de configuración. Desplazamiento virtual y desplazamiento real. Grados de libertad. Sistema holónomo, definición. Coordenadas generalizadas, ejemplos. Ecuaciones de Lagrange. Expresión de las ecuaciones de Lagrange (sin demostración), mediante la función Lagrangiana, interpretación. Aplicación al péndulo simple.

Unidad 4. Ondas elásticas progresivas en un medio elástico

Ecuación de D'Alembert en coordenadas cartesianas. Pulso viajero, onda. Función representativa de una onda plana en la dirección x y en una dirección cualquiera. Una onda plana, satisface la ecuación de D'Alembert, comprobación. Función solución de la ecuación de D'Alembert, como producto de 2 funciones. Solución de la ecuación de D'Alembert unidireccional, como producto de una función sólo de x por una función sólo del tiempo. Energía transmitida por una onda elástica, intensidad de la onda. Determinación de la intensidad de una onda mecánica en función de su amplitud y de su frecuencia. Intensidad de una onda de presión. Intensidad de una onda electromagnética (sin demostración), interpretación. Onda progresiva plana de compresión en un medio elástico sin bordes. Tensión de compresión (tracción), en función de x y de t , (supuesta una función armónica simple). Velocidad de propagación. Tensión de compresión o tracción, en función de la velocidad de oscilación de las partículas.

Unidad 5. Vibraciones en cuerda, membrana, barra horizontal y viga

Cuerda vibrante (I), $z(x, t)$ satisface la ecuación diferencial de D'Alembert, demostración, velocidad de propagación. Solución, para condiciones de borde correspondientes a ambos extremos fijos. (Resolución por separación de variables). Cuerda vibrante (II). Modos normales de vibración en la cuerda. Cálculo de los períodos y frecuencias que corresponden a cada modo normal, graficación. Modos normales en barra horizontal vibrante con extremos libres, por analogía con cuerda (sin demostraciones). Viga vibrante (I). Ecuación diferencial de la viga vibrante. Condiciones de borde en diferentes situaciones de vínculo. Ecuación de frecuencias normales, su significado. Viga vibrante (II). Función solución, para la viga vibrante simplemente apoyada (supuesta dada la forma general de la solución) Modos y frecuencias normales de vibración. Membrana circular vibrante, descripción (sin demostraciones), de modos normales con líneas nodales circulares

Unidad 6. Ecuaciones de Poisson, Laplace, Fourier, en el modelado de problemas de Ingeniería

La ecuación de Poisson, como modelo matemático en diversos problemas de la Física y de la Ingeniería. Sin demostración, sólo interpretación de resultados en: a) Función de Stokes Ψ en el movimiento plano permanente de un fluido. b) Función de Prandtl en la torsión de una barra no circular. c) Descenso de los puntos de una membrana elástica con carga superficial uniforme, analogía de la membrana en la torsión. d) Difusión estacionaria de calor, con fuentes y/o sumideros. e) Difusión estacionaria de masa, con fuentes y/o sumideros. f) Potencial electrostático, con una distribución espacial estacionaria de densidad de carga eléctrica. g) Potencial gravitatorio, en presencia de una distribución uniforme de masa (planteo "histórico" de la ecuación). La ecuación de Laplace, como modelo matemático en algunos problemas de Ingeniería, sólo resultados e interpretación, sin demostración) en: la ecuación de Laplace para la función potencial de velocidad ϕ , en un campo plano. Ejemplo (sólo cualitativo) de líneas de corriente ($\Psi = cte$) y de $\phi = cte$ en el colado de agua en un suelo poroso. Ecuación de Poisson en la Teoría de la Elasticidad. Analogía de la membrana, determinación de la tensión de corte. Analogía con el flujo plano solenoidal alrededor de un obstáculo elíptico, coeficiente de concentración de tensión en una entalladura de una barra circular. Campo espacial de temperaturas, no estacionario, ecuación de Fourier. Determinación de la ecuación de conducción del calor. Caso de campo estacionario. Coeficiente de difusión de temperatura, su significado, unidades. Distribución no estacionaria de temperaturas en una barra conductora de calor, sin disipación lateral (I). Barra conductora sin disipación lateral, con una distribución inicial $T(x, 0)$ de forma cualquiera determinación de $T(x, t)$, por el método de separación de variables. Distribución no estacionaria de temperaturas en una barra conductora de calor, sin disipación lateral (II). Barra conductora sin disipación lateral, con una distribución inicial $T(x, 0)$, de forma $T(x, 0) = \text{sen}\left(n\frac{\pi}{l}x\right)$ casos con $n = 1, 2, 3$, determinación (en cada caso), de $T(x, t)$. Análisis cualitativo del flujo calórico resultante. Fenómenos de transporte: de energía térmica, de masa y de cantidad de movimiento. Ley de Fourier, primera ley de Fick y ley de Newton de la viscosidad. Analogía formal. Densidad de flujo calórico, ley de Fourier, vectorial y en una dimensión. Difusión de masa, primera ley de Fick, vectorial y en una dimensión.. Fenómeno de transporte de la cantidad de movimiento, ley de rozamiento interno (ley de Newton de la viscosidad). Campo espacial de concentración de masa, no estacionario, $C(x, y, z, t)$, ecuación de la difusión de masa (segunda ley de Fick). Determinación de la ecuación de difusión de masa, caso general. Coeficiente de difusión de masa, unidades. Analogía con el coeficiente de difusión de temperatura.

Temas opcionales (selectivos)

Los temas indicados seguidamente, son de **ampliación, profundización o complementarios** de cada unidad. **No forman parte del programa básico para ser desarrollado en el cuatrimestre**, ni de las evaluaciones y por lo tanto no son temas formalmente acreditables al plan de estudio 2005. No obstante,

su inclusión en el programa, obedece a que, aquellos alumnos que tengan vocación por este muy amplio campo disciplinar de las ecuaciones diferenciales de la Física, pueden optar por uno de esos temas especiales, para desarrollarlo en el coloquio integrador, a cambio de lo cual, se los eximirá de determinada cantidad de temas “normales” de dicho coloquio. Eventualmente, estos temas especiales o parte de ellos, se agregarán en el cronograma de clases, sujeto al tiempo disponible en el calendario. La totalidad de estos temas ampliatorios, están incluidos en el material de estudio que la Cátedra pone a disposición de los cursantes.

Ondas elásticas progresivas

Onda esférica en un medio elástico, ecuación de D'Alembert en coordenadas esféricas para perturbación que depende sólo de r y de t . La función representativa de una onda esférica en coordenadas esféricas, satisface la Ecuación de D'Alembert en coordenadas r, t , comprobación. Onda progresiva plana de corte en medio elástico sin bordes. Tensión de corte, en función de x y de t , ondas de elongaciones y de corte, supuesta una función armónica simple. Velocidad de propagación de la onda de corte. Tensión de corte, en función de la velocidad de oscilación de las partículas. Onda progresiva plana de presión en un fluido elástico. Incremento de presión de un volumen elemental, en función de x y de t , ondas de elongaciones y de presión, supuesta una función armónica simple. Velocidad de propagación de la onda de presión. Incremento de presión, en función de la velocidad de oscilación de las partículas.

Cuerda, barra, membrana y viga vibrantes

Cuerda vibrante. Cálculo de los coeficientes de Fourier que dependen de las condiciones iniciales Determinación de los coeficientes que aparecen en la función sólo de t en cada término. Demostración de las diferentes condiciones iniciales que pueden dar lugar a un modo normal de vibración. Carga estática en cuerda elástica tensa, ecuación de Poisson unidimensional $z(x)$ en una cuerda tensa, con carga $q(x)$, satisface la ecuación de Poisson, demostración. Vibraciones longitudinales en una barra de longitud finita, apoyada sobre un plano horizontal liso, modos normales. a) ambos extremos libres b) un extremo empotrado y un extremo libre c) ambos extremos empotrados, analogía con la cuerda. Resolución de la ecuación diferencial de la viga vibrante. Forma general de la solución. Membrana circular vibrante, forma de vibrar con simetría central y líneas nodales circulares. Modos normales de vibración, con líneas nodales circulares, en función de las raíces x_n del polinomio de Bessel J_0 , para $n = 1, 2, 3$. Determinación de las frecuencias de vibración en cada uno de ellos. Vibraciones de corte en cuña. Determinación del desplazamiento lateral de las secciones, en función sólo de (z eje de simetría). Modos normales, análisis de las tensiones de corte dinámicas en cada uno de ellos; frecuencias normales de vibración.

Ecuaciones de Poisson, Laplace, Fourier, en el modelado de problemas de Ingeniería.

La ecuación de Poisson en la Mecánica de los Fluidos Campo plano de velocidades, teorema de la divergencia, ecuación de continuidad, campo rotor. Función de corriente en el movimiento plano, permanente y solenoidal de un fluido ideal. La función de corriente como solución de la ecuación de Poisson. La ecuación de Laplace en la Mecánica de los Fluidos. La función potencial de velocidades y la función de corriente como solución de la ecuación de Laplace, requisitos. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Determinación del caudal por unidad de longitud normal en un campo plano de velocidades. Ecuación de Poisson en la Teoría de la Elasticidad (I) Hipótesis de Navier, hipótesis de Saint Venant. Función de Prandtl $\phi(x, y)$, en la torsión de una barra prismática, como solución de la ecuación de Poisson, demostración. Ecuación de Poisson en la Teoría de la Elasticidad (II). Función de Prandtl, en una barra de sección elíptica, rigidez torsional, desplazamientos en cada punto de la sección transversal, líneas de función de alabeo constante. Campo de temperaturas estacionario, ecuación de Laplace. Placa rectangular con distribución de temperaturas conocida en uno de los lados y homogéneas en los otros tres. Resolución por el método de separación de variables (“Problema de Dirichlet”). Ley de Newton de la viscosidad. Distribución de velocidades en el movimiento plano laminar de un fluido viscoso, ecuación de Poiseuille.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Unidades 1, 2 y 3

Se realizan en base a material de estudio de la Cátedra e incluyen resolución de problemas sobre:
Dinámica de sistemas y del movimiento plano.
Ecuaciones de Lagrange.

Las explicaciones del soporte teórico para la resolución de los problemas, se dan en las clases prácticas, de manera que el tramo correspondiente a dinámica del movimiento plano y ecuaciones de Lagrange, se desarrolla en forma teórico- práctica.

DISTRIBUCION DE LA CARGA HORARIA

ACTIVIDAD		HORAS
TEÓRICA		42
FORMACIÓN PRACTICA	○ EXPERIMENTAL LABORATORIO	
	○ EXPERIMENTAL DE CAMPO	
	○ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	30
	○ PROYECTO Y DISEÑO	
	○ PRACTICA SUPERVISADA	
TOTAL DE LA CARGA HORARIA		72

BIBLIOGRAFÍA

- **García, Diego Edgardo.** “Teoremas de la dinámica”, 2005 1° Edición, Córdoba, Argentina “El Autor”, p.p. 217. ISBN 987-43-9040-9
- **García Diego Edgardo.** Serie Ecuaciones diferenciales de la Física para Ingeniería..2007 1° Edición, Córdoba, Argentina “El autor”, 398 páginas. ISBN 10: 987-05-2110-X; ISBN; ISBN 13: 978-987-05-2110-5.
- **García Diego Edgardo.**, Membrana Circular Vibrante, Artículo- Cuadernillo, 2004
- **Cátedra de Mecánica Analítica.** Problemas de Dinámica Plana y Ecuaciones de Lagrange, para los Trabajos Prácticos, formato A4, 115 páginas, material editado por la Cátedra.

Bibliografía de Consulta, en Biblioteca**Capítulos 1, 2 y 3**

- **Argüello Luis R,** *Mecánica*, Editorial Answer Just in Time, México, 2003
- **Meriam, J.L.** *Dinámica*. Ed. Reverté 2 ed. Barcelona. 1976. 629 p.
Spiegel, Murray R. *Teoría Y Problemas De Mecánica Teórica : Con Una Introducción A Las Ecuaciones De Lagrange Y A La Teoría Hamiltoniana*. 1° edición. McGraw-Hill, 1979-1980 363 p.
- **Beer, F Jhonston, E.** *Mecánica vectorial para Ingenieros*. 6 ed. México, McGraw-Hill, 1998-2003
- **Wells, Dare A.** *Teoría y problemas de Dinámica de Lagrange: con un estudio de ecuaciones del movimiento de Euler: principios y ecuaciones de Hamilton*. McGraw-Hill, 1972. 371 p

Capítulos 4, 5 y 6

- **Kreyszig, Erwin.** *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*. 3° edición, México, Limusa, 2000-2003 . 2 volúmenes, 871 y 721 p
- **Zill Dennis J. Cullen Michael R.** *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera*. Thomson 2006 6° edición, 640 p
- **O'Neil Peter V.** *Matemáticas avanzadas para Ingeniería*. Thomson Internacional, .Edición 2004, 672 p.
- **Crespo Martínez Antonio.** *Mecánica de Fluidos*, Universidad Politécnica de Madrid, Editorial Paraninfo Ediciones, 2006, 750 p.
- **Spiegel, Murray R.** *Teoría y problemas de análisis de Fourier* McGraw-Hill, 1974. 191 p.
- **Mills, Anthony F.** *Transferencia de calor* Irwin,1995-1999. 932 p.
- **Den Hartog, J.P.** *Mecánica de las vibraciones*. 1° edición en español . México : CECSA, 1969. 574 p.
Laura, Patricio A.A. Maurizi, Mario J. *Introducción a la Mecánica de los Sólidos*. Eudeba, 1979. 448 p.
Daily, James, Harleman Donald. *Dinámica de los Fluidos: con aplicaciones en la Ingeniería*. Trillas, 1969 . 511 p.
- **Feynman, Richard P.** *Física*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1987-2000.